

Mise en route : compléments !

 Les 25, 26 septembre et 2 octobre 2013
<http://www.mp933.fr/> - stephane@gonnord.org

Comme son nom l'indique...

Ces exercices sont destinés à ceux ayant terminé la première séance de tp, initialement prévue sur deux quinzaines. Comme tout au long de l'année, il ne s'agit pas d'une course de vitesse : ne passez pas à l'exercice $n + 1$ sans avoir vraiment bien compris les différents points mis en valeur par l'exercice n . En particulier, apprenez de vos erreurs et errements en cours de recherche.

EXERCICE 1 *Créer (au bon endroit) un dossier associé à ce TP.*

*Lancer Spyder, sauvegarder immédiatement le fichier édité au bon endroit. Écrire une commande absurde, de type `print(5*3)` dans l'éditeur, sauvegarder et exécuter.*

1 Des sommes

EXERCICE 2 *Calculer $\sum_{k=841}^{1515} \cos k$.*

Éteindre l'écran, sortir un papier et un crayon (si ce n'était déjà fait) ; calculer cette somme à la main et vérifier.

EXERCICE 3 *Donner une évaluation de la « somme de série » $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, définie comme la limite¹ des*

sommes partielles $S_N = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ lorsque N tend vers $+\infty$.

La théorie dit que cette somme vaut $\ln 2$, et que la différence entre cette valeur et S_N est « équivalente »² à $\frac{(-1)^N}{2N}$.

EXERCICE 4 *Calculer $\sum_{i+j=1000} (i^2 + j)(i + j^2)$ (la somme porte sur des indices $i, j \in \mathbb{N}$).*

EXERCICE 5 *Calculer de trois façons différentes $\sum_{1 \leq i \leq j \leq 5000} (i - j)^3$.*

2 Suite de Syracuse

Partons d'un entier ≥ 2 et appliquons es règles suivantes : si cet entier est pair, on le divise par 2. Sinon, on le multiplie par 3n + 1. On continue le processus jusqu'à tomber sur 1. Exemple :

$$42 \rightarrow 21 \rightarrow 64 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

On pense que pour tout entier de départ, cette suite finit par tomber sur 1... mais ce résultat qui semble pourtant élémentaire n'est toujours pas prouvé (et est donc peut-être faux, en fait !).

EXERCICE 6 *Si on part de 42, la chaîne est de longueur 9 (en comptant le départ et l'arrivée) et a comme maximum 64.*

Qu'en est-il si on part de 1000 ? Et de 10^5 ?

-
1. Dont il convient de prouver qu'elle existe ; attendre quelques mois pour ça !
 2. Ce qui signifie pour le moment : «Boarf, à ala louche, ça vaut dans les... »

EXERCICE 7 Parmi toutes les valeurs de départ dans $\llbracket 1, 10^5 \rrbracket$, quelle est celle fournissant la chaîne la plus longue ? En cas d'égalité, donner la plus petite valeur de départ donnant ce maximum.

Et quelle est la valeur maximale atteinte dans ces 10^5 chaînes ?

EXERCICE 8 Difficile ! Réservé à ceux connaissant déjà Python...

Reprendre l'exercice précédent (disons, juste pour la longueur de la chaîne) en changeant 1000 par 10^6 ... Le programme doit tourner en moins de 20 secondes :-)

3 Jeu de dés

Sauf dans le dernier exercice, les dés considérés sont indexés de 1 à 6.

EXERCICE 9 Il y a 5 façons différentes d'obtenir 8 en additionnant le résultat de deux dés indexés de 1 à 6 (en comptant différemment les couples (3, 5) et (5, 3)).

De combien de façon différentes peut-on obtenir la somme de 12 avec trois dés ?

EXERCICE 10 De combien de façons différentes peut-on obtenir la somme de 20 avec 5 dés ?

EXERCICE 11 De combien de façons différentes peut-on obtenir 841 en sommant le résultat de 42 dés indexés de 1 à 99 ?

4 Quelques indications

- Exercice 2 : allez chercher la fonction cosinus via `from math import cos`
- Exercice 3 : la fonction `ln` n'existe pas, mais vous trouverez la fonction `log` dans la bibliothèque `math`.
- Exercice 5 : les deux boucles imbriquées passent (difficilement, en python)... mais on peut s'en sortir avec une seule boucle !
- Exercice 6 : plutôt qu'une boucle « pour i allant de tant à tant », on pourra faire une boucle « tant qu'on a telle condition... » :

```
while <condition>:
    bla
    bla
suite
```
- Exercice 11 : il va falloir mémoïser...

5 Quoi, vous avez fini ?

Alors pour vous occuper, vous pouvez :

- envoyer vos SMS en retard ;
- aider vos voisins ;
- aller chercher des exos sympas sur www.projecteuler.net ;
- aller chercher les tps suivants et les commencer !