Khôlles : quinzaine numéro 1

Du 17 au 28 septembre 2018

Cette première khôlle arrivant très tôt, il n'y a presque rien dans le cours, au moins pour la première semaine. Petit rappel :

— On prendra particulièrement garde à distinguer $\sum u_n$, $\sum\limits_{n=0}^{N} u_n$, et $\sum\limits_{n=0}^{\infty} u_n$.

— Pas plus que moi[1] les élèves ne sont censés savoir ce qu'est la série de terme général u_n mais ils doivent savoir qu'elle se note $\sum u_n$, que ce n'est PAS la suite (u_n), et ce que signifie « $\sum u_n$ converge ».

1 Première semaine

— Pratique des développements limités (limites, asymptotes...).

— Suites réelles : révisions de première année. Khôlleurs, merci de donner une suite $u_{n+1} = f(u_n)$ (allez, avec f croissante...) à ceux dont je vous aurai transmis les noms.

— Si pour tout n on a $0 < u_n$ et $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \ell \in [0,1[$, alors $u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$.

— Séries de réels : essentiellement des rappels de première année, avec les définitions (convergence, somme partielle, restes), la convergence des séries géométriques et de Riemann.

— (u_n) converge si et seulement si $\sum(u_{n+1} - u_n)$ converge.

2 Deuxième semaine

En plus :

— Théorèmes de comparaison (à une série convergente à termes positifs).

— Convergence absolue (qui entraîne la convergencetoutcourt)

— « Règle de d'Alembert » (ne pas en abuser, merci...).

— Séries alternées : convergence et contrôle du reste.

— Produit de Cauchy ; cas de l'absolue convergence.

3 Questions de cours

S1+S2 (à partir du mercredi 19) :

— Convergence des séries géométriques

— Convergence des séries de Riemann

— Si pour tout n on a $0 < u_n$ et $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} \ell \in [0,1[$, alors $u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0$.

Pour la deuxième semaine, ajouter :

— Si $0 \leqslant u_n \leqslant v_n$ et $\sum v_n$ converge, alors $\sum u_n$ aussi.

— Règle de d'Alembert.

— Si $u_n = O(v_n)$ avec $0 \leqslant v_n$ et $\sum v_n$ convergente, alors $\sum u_n$ converge (absolument).

— Séries alternées : convergence, et contrôle du reste.

4 Coming next

Prochaine quinzaine : de l'algèbre linéaire (de première année, essentiellement).

1. Ennemis : c'est ce document que vous pouvez envoyer à l'inspection générale pour me nuire !